Integración por partes.

$$\int u dv = uv - \int v du$$

L	I	A	T	E
Log	Inv	Alge	Trigo	Expo

$u = f(x)$: es la primera función que aparece de izquierda a derecha en LIATE.

$dv = g'(x)dx$: es la función "fácil" de integrar.

Integrales de Potencias Trigonométricas

Caso 1:

$\int \sin^n(x)dx$, $\int \cos^n(x)dx$ $\quad$ *donde n es impar*

- Aislamos un factor $sin(x)$ ó $cos(x)$.
- Usamos las identidades: $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$ | $\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$
- Hacemos $u = sen(x)$ ó $u = cos(x)$.

Caso 2:

$\int \sin^n(x)\cos^m(x)dx$ $\quad$ *m ó n impares*

- Similar al caso 1

Caso 3:

$\int \sin^n(x)dx$, $\int \cos^n(x)dx$ $\quad$ *donde n es par*

- Usamos las identidades: $\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$, $\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$

Caso 4:

$\int \tan^m(x)\sec^n(x)dx$, $\int \cot^m(x)\csc^n(x)\,dx$ $\quad$ *n par.*

- Aislamos un factor: $\sec^2(x)$ ó $\csc^2(x)$
- Usamos las identidades: $\sec^2(x) = 1 + \tan^2(x)$ ó $\csc^2(x) = 1 + \cot^2(x)$
- Hacemos: $u = tan(x)$ ó $u = cot(x)$

Caso 5:

$\int \tan^m(x)\sec^n(x)dx$, $\int \cot^m(x)\csc^n(x)\,dx$ $\quad$ *m impar.*

- Aislamos un factor: $sec(x)tan(x)$ ó $csc(x)cot(x)$
- Usamos las identidades: $\tan^2(x) = \sec^2(x) - 1$ ó $\cot^2(x) = \csc^2(x) - 1$
- Hacemos: $u = \sec(x)$ ó $u = \csc(x)$

Caso 6:

$\int \tan^n(x)dx$, $\int \cot^n(x)dx$ $\quad$ *n par ó impar*

- Aislamos un factor $tan^2(x)$ ó $cot^2(x)$
- Usamos las identidades del caso 5 (solo a este factor)
- Hacemos: $u = tan(x)$

Caso 7:

$\int \sec^n(x)dx$, $\int \csc^n(x)dx$ $\quad$ *n par*

- Similar al caso 4

Método de Sustitución Trigonométrica.

Se usa para integrales que contienen uno de los siguientes tipos de raíces.
Sugerencia: completar cuadrado en algunos casos

Tipo 1: $\sqrt{a^2 - x^2}$

- Hacemos: $x = a.sin(\theta)$, $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
- Aplicamos la identidad: $\cos^2(\theta) = 1 - \sin^2(\theta)$
- La raíz se reduce a: $a.\cos(\theta)$

Tipo 2: $\sqrt{a^2 + x^2}$

- Hacemos: $x = a.tan(\theta)$, $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
- Aplicamos la identidad: $\sec^2(\theta) = 1 + \tan^2(\theta)$
- La raíz se reduce a: $a.\sec(\theta)$

Tipo 3: $\sqrt{x^2 - a^2}$

- Hacemos: $x = a.sec(\theta)$, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
- Aplicamos la identidad: $\tan^2(\theta) = \sec^2(\theta) - 1$
- La raíz se reduce a: $a.\tan(\theta)$

Método de Fracciones Parciales

Se utiliza para integrar funciones racionales $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

Caso 1:

Q(x) es un producto de factores lineales $(a.x + b)$ distintos.

Ejemplo: $\int \frac{x+1}{x^2-4}dx \rightarrow \int \frac{x+1}{(x+2)(x-2)}dx = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-2}$

Caso 2:

Q(x) es un producto de factores lineales, algunos de los cuales se repiten.

Ejemplo: $\int \frac{4x^2+2x-1}{x^3+x^2}dx \rightarrow \int \frac{x+1}{x^2(x+1)}dx = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1}$

Caso 3:

Q(x) contiene factores cuadráticos irreducibles
$(a.x^2 + b.x + c, con\ b^2 - 4ac < 0)$ distintos.

Ejemplo: $\int \frac{2x^2-x+4}{x^3+4x}dx \rightarrow \int \frac{2x^2-x+4}{x(x^2+4)}dx = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$

Caso 4:

Q(x) contiene un factor cuadrático irreducible repetido.

Ejemplo: $\int \frac{1}{x(x^2+4)^2}dx = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+4} + \frac{Dx+E}{(x^2+4)^2}$